学校________ 班级________ 姓名________ 学号________

密 封 线 内 不 要 答 题

精华学校 2018—2019 学年全日制零模考试
数学（文科）测试卷

满分 150 分，考试时长 120 分钟

本试卷共 6 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题（共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项）。

1．复数 $i(2-i)=$（　）

A．$1+2i$　　B．$-1+2i$　　C．$2+i$　　D．$2-i$

2．已知集合 $A=\{x\in R|x<1\}$，$B=\{x\in R|x>0\}$，则 $A\cup B=$（　）

A．R　　B．$\varnothing$　　C．$(0,1)$　　D．$[0,1]$

3．若 $\sin\alpha>0$，且 $\tan\alpha<0$，则角 α 的终边所在象限为（　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

4．2001 年至 2013 年北京市电影放映场次的情况如右图所示．下列函数模型中，最不合适近似描述这 13 年间电影放映场次逐年变化规律的是（　）

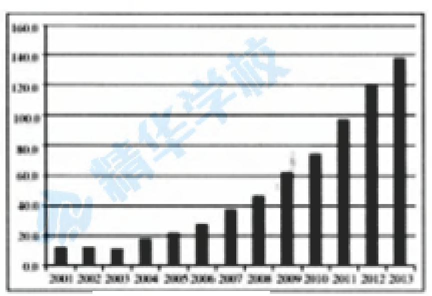
A．$y=ax^2+bx+c$　　B．$y=ae^x+b$

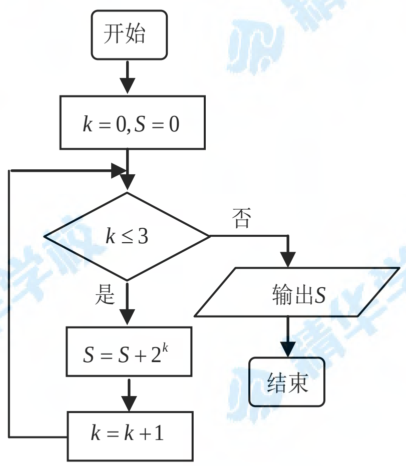
C．$y=e^{ax+b}$　　D．$y=a\ln x+b$

5．执行如图所示的程序框图，输出的 S 值为（　）

A．1　　B．3

C．7　　D．15


第 4 题图



第 5 题图

6．已知直线 $l_1: y=kx+1$ 和直线 $l_2: y=mx+m$，则“$k=m$”是“$l_1//l_2$”的（　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

7、已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q\neq1$，则下面说法中不正确的是（　）

A．$\{a_{n+2}+a_n\}$ 是等比数列　　B．对于 $k\in N^*$，$k>1$，$a_{k-1}+a_{k+1}\neq 2a_k$

C．对于 $n\in N^*$，都有 $a_na_{n+2}>0$　D．若 $a_2>a_1$，则对于任意 $n\in N^*$，都有 $a_{n+1}>a_n$

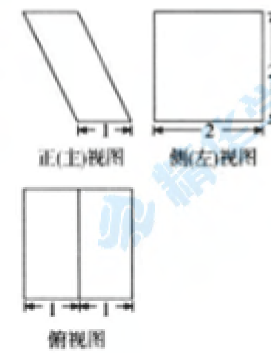
8．某几何体的三视图如图所示，该几何体的各面中互相垂直的面的对数是（　）

A．4

B．6

C．8

D．10



二、填空题（共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）。

9．抛物线 $C: y^2=2x$ 的准线方程为________．

10．已知 $f(x)=\begin{cases}2^x, x<0\\ x+1, x\ge0\end{cases}$，则 $f(-2)=$________，函数 $f(x)$ 的值域为________．

11．已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 是夹角为 60° 的单位向量，则向量 $\vec{a}$ 与向量 $\vec{a}+\vec{b}$ 的夹角是________．

12．在 ΔABC 中，$AB=2$，$AC=\sqrt{6}$，$\angle B=60^\circ$，则 $\angle A=$________．

13．假设某商店只有每盒 10 支装的铅笔和每盒 7 支装的铅笔两种包装类型．学生打算购买 2015 支铅笔，不能拆盒，则满足学生要求的方案中，购买的两种包装的总盒数的最小值是________，满足要求的所有购买方案的总数为________．

14．已知函数 $y=ae^x$（其中 $a>0$）经过不等式组 $\begin{cases}x<0\\ x-y+1>0\end{cases}$ 所表示的平面区域，则实数 a 的取值范围是________．

三、解答题（共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。）

15.（本小题满分 13 分）在等差数列$\{a_n\}$中，$a_2+a_7=-23$，$a_3+a_8=-29$.

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）设数列$\{a_n+b_n\}$是首项为1，公比为c的等比数列，求$\{b_n\}$的前n项和S_n.

16.（本小题满分 13 分）已知函数$f(x)=4\cos\omega x\cdot\sin(\omega x+\frac{\pi}{4})(\omega>0)$的最小正周期为$\pi$.

（Ⅰ）求ω的值；

（Ⅱ）求函数$f(x)$的单调递增区间.

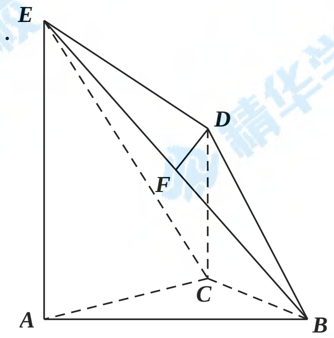
17.（本小题满分 13 分）下图为北京市 2001 年到 2013 年人均生活用水量和常住人口的情况：

（Ⅰ）比较前 6 年与后 7 年人均生活用水量的平均值的大小；（不要求计算过程）

（Ⅱ）若从这 13 年中随机选择连续的三年进行观察，求所选的这三年的人均用水量恰是依次递减的概率；

（Ⅲ）由图判断从哪年开始连续四年的常住人口的方差最大？并结合两幅图表推断北京市在 2010 至 2013 四年间的总生活用水量的增减情况.（结论不要求证明）

18.（本小题满分 14 分）在如图所示的几何体中，平面$ACDE$垂直平面ABC，$CD// AE$，F是BE的中点，$\angle ACB=90^\circ$，$AE=2CD=2$，$AC=BC=1$，$BE=\sqrt{6}$.



（Ⅰ）求证：$DF//$平面ABC；

（Ⅱ）求证：$DF\perp$平面ABE；

（Ⅲ）求三棱锥$D-BCE$的体积.

19.（本小题满分 13 分）已知函数$f(x)=(x-a)\ln x$.

（Ⅰ）若直线$y=x+b$与$f(x)$在$x=1$处相切，求实数a，b的值；

（Ⅱ）若$f(x)$在定义域上存在递减区间，求实数a的取值范围.

20.（本小题满分 14 分）已知椭圆$G:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{1}{2}$，$A$、$B$为椭圆的左右顶点，且$AB=4$.

（Ⅰ）求椭圆G的方程；

（Ⅱ）过椭圆右焦点F的直线l与椭圆相交于点M,N两点，直线AM,BN相交于点P，

（i）当直线l垂直于x轴时，求出点P的坐标；

（ii）求证：点P在一条定直线上，并求出该直线方程.

密封线内不要答题

精华学校高三年级第二学期第三次月考答案

数学（文科） 2019.3

阅卷须知:

1.评分参考中所注分数，表示考生正确做到此步应得的累加分数。

2.其它正确解法可以参照评分标准按相应步骤给分。

一、选择题（本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	A	B	D	D	B	D	C

二、填空题（本大题共 6 小题, 每小题 5 分，共 30 分）

9. $x=-\frac{1}{2}$	10. $\frac{1}{4},(0,+\infty)$	11. $\frac{\pi}{6}$
12. $\frac{5\pi}{12}$	13. $203,29$	14. $0<a<1$

三、解答题(本大题共 6 小题, 共 80 分)

15. （Ⅰ）解：设等差数列$\{a_n\}$的公差是d．

依题意 $a_3+a_8-(a_2+a_7)=2d=-6$，从而$d=-3$． ………………2 分

所以 $a_2+a_7=2a_1+7d=-23$，解得 $a_1=-1$． ………………4 分

所以数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=-3n+2$． ………………6 分

（Ⅱ）解：由数列$\{a_n+b_n\}$是首项为1，公比为c的等比数列，

得 $a_n+b_n=c^{n-1}$，即$-3n+2+b_n=c^{n-1}$，

所以 $b_n=3n-2+c^{n-1}$． ………………8 分

所以 $S_n=[1+4+7+\cdots+(3n-2)]+(1+c+c^2+\cdots+c^{n-1})$

$$=\frac{n(3n-1)}{2}+(1+c+c^2+\cdots+c^{n-1})．$$ ………………10 分

从而当$c=1$时，$S_n=\frac{n(3n-1)}{2}+n=\frac{3n^2+n}{2}$； ………………11 分

当$c\neq 1$时，$S_n=\frac{n(3n-1)}{2}+\frac{1-c^n}{1-c}$． ………………13 分

16.（Ⅰ） $f(x)=4\cos\omega x\cdot\sin(\omega x+\frac{\pi}{4})$

$$=2\sqrt{2}\sin\omega x\cdot\cos\omega x+2\sqrt{2}\cos^2\omega x$$ ……………………………1 分

$$=\sqrt{2}\left(\sin 2\omega x+\cos 2\omega x\right)+\sqrt{2}$$ ……………………………5 分

$$=2\sin\left(2\omega x+\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{2}$$ ……………………………6 分

因为 $f(x)$ 的最小正周期为 π，且 $\omega>0$，

从而有 $\frac{2\pi}{2\omega}=\pi$，故 $\omega=1$. ……………………………7 分

（II）由（I）知，$f\left(x\right)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{2}$，

令 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x+\frac{\pi}{4}\le\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$， ……………………………8 分

所以有：$-\frac{3\pi}{4}+2k\pi\le 2x\le\frac{\pi}{4}+2k\pi,k\in Z$，

所以有 $-\frac{3\pi}{8}+k\pi\le x\le\frac{\pi}{8}+k\pi,k\in Z$ ……………………………12 分

所以 $f(x)$ 的单调递增区间为 $\left[-\frac{3\pi}{8}+k\pi,\frac{\pi}{8}+k\pi\right],k\in Z$. ……………………………13 分

17．

解：(Ⅰ)由图可得前 6 年的人均生活用水量的平均值更大些. …………………………… 3 分

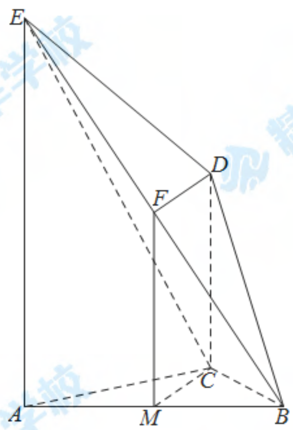
(Ⅱ)13 年中一共有 11 个连续的三年，其中只有 2005 至 2007 和 2008 至 2010 两个连续三年的人均用水量符合依次递减，所以随机选择连续的三年进行观察，所选的这三年的人均用水量恰是依次递减的概率为 $\frac{2}{11}$. …………………………… 7 分

(Ⅲ)2007 至 2010 连续四年的常住人口的方差最大；…………………………… 10 分

2010 至 2013 四年间的总生活用水量是递增的. …………………………… 13 分

18．证明：（I）设 M 为 AB 中点，连结 FM,CM .

在 ΔABE 中，F 为 BE 中点，$FM//AE,FM=\frac{1}{2}AE$.



又因为 $CD//AE$,且 $CD=\frac{1}{2}AE$,

所以 $CD//FM$, $CD=FM$.

所以四边形 $CDFM$ 为平行四边形.

故 $DF//CM$ ， $DF\not\subset$ 平面ABC ， $CM\subset$ 平面ABC ,

所以 $DF//$平面ABC ....5 分

（Ⅱ）在 $Rt\Delta ABC$ 中， $AC=BC=1$,$\therefore AB=\sqrt{2}$.

在 ΔABE 中， $AE=2$, $BE=\sqrt{6}$, $AB=\sqrt{2}$.

因为 $BE^2=AE^2+AB^2$.

所以 ΔABE 为直角三角形.

所以 $AE\perp AB$.

又因为平面$ACDE\perp$ 平面ABC，平面$ACDE\cap$ 平面$ABC=AC$.

又因为 $\angle ACB=90^\circ$，所以 $AC\perp BC$.

故 $BC\perp$ 平面$ACDE$.

即 $BC\perp AE$.

$BC\cap AB=B$,

所以 $AE\perp$ 平面ABC， $CM\subset$ 平面 ABC .

故 $AE\perp CM$.

在 ΔABC 中，因为 $AC=BC$, M 为 AB 中点,

所以 $CM\perp AB$.

$AE\cap AB=A$,

所以 $CM\perp$ 平面ABE .

由（Ⅰ）知 $DF//CM$,

所以 $DF\perp$ 平面ABE ....11 分

（Ⅲ）由（Ⅱ）可知 $BC\perp$ 平面$ACDE$

所以 BC 为三棱锥 $B-CDE$ 的高,

所以 $V_{D-BCE}=V_{B-CDE}=\frac{1}{3}S_{\Delta CDE}BC=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1\times1\times1=\frac{1}{6}$ ....14 分

19.

解：(Ⅰ) $f'(x)=\frac{x-a}{x}+\ln x, x>0$. ………………………………………… 2 分

因为 $f(1)=0$,

所以直线 $y=x+b$ 与曲线 $f(x)$ 的切点为(1,0). ………………………… 3 分

代入切线方程可得 $b=-1$. ………………………………………………… 4 分

由 $f'(1)=1-a=1$ 可得 $a=0$. …………………………………………… 5 分

(Ⅱ) 先考虑函数 $f(x)$ 在区间 $(0,+?)$ 上单调递增，

因为 $x>0$, 所以由 $f'(x)=\frac{x+x\ln x-a}{x}>0$ 可得 $a<x+x\ln x$. ………… 6 分

设 $g(x)=x+x\ln x, x>0$, 则 $g'(x)=2+\ln x$. …………………………… 7 分

由 $g'(x)=0$ 可得 $x=e^{-2}$, $g(x)$, $g'(x)$ 的变化情况如下:

x	$(0,e^{-2})$	e^{-2}	$(e^{-2},+\infty)$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	↘	极小值 $-e^{-2}$	↗

……………………………………………………………………………… 10 分

所以当 $a<-e^{-2}$ 时, $f'(x)>0$. …………………………………………… 11 分

因为当 $a=-e^{-2}$ 时, 仅有 $f'(e^{-2})=0$, $x\in(0,e^{-2})\cup(e^{-2},+\infty)$ 时, $f'(x)>0$.

……………………………………………………………………………… 12 分

所以当 $a\leqslant -e^{-2}$ 时, $f(x)$ 是定义域上的增函数. …………………… 13 分

所以当函数 $f(x)$ 在区间 $(0,+?)$ 上存在单调递减区间时，有 $a>-e^{-2}$.

20.

解：(Ⅰ) 椭圆的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.　　　　-------------------4 分

(Ⅱ) (i)　　　　-------------------7 分

(ii) $x=4$ ---------14 分

20.(1) 依题 $\begin{cases}2a=4\\ \dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{2}\\ a^2=b^2+c^2\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=2\\ c=1\\ b=\sqrt{3}\end{cases}$, ∴椭圆G的方程为:
$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$.

(2)(i)依题 直线l的方程为 $x=1$.

联立 $\begin{cases}x=1\\ 3x^2+4y^2=12\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=1\\ y=-\dfrac{3}{2}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=1\\ y=\dfrac{3}{2}\end{cases}$

①当 $M(1,\frac{3}{2})$, $N(1,-\frac{3}{2})$ 时.

$k_{AM}=\frac{1}{2}$, AM方程为 $y=\frac{1}{2}(x+2)$

$k_{BN}=\frac{3}{2}$, BN方程为 $y=\frac{3}{2}(x-2)$.

联立 $\begin{cases}y=\frac{1}{2}(x+2)\\ y=\frac{3}{2}(x-2)\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=4\\ y=3\end{cases}$, ∴$P(4,3)$.

②当 $M(1,-\frac{3}{2})$, $N(1,\frac{3}{2})$ 时,

同理可求 $P(4,-3)$.

(ii) ①当直线l斜率存在时, 显然直线l的斜率不为0.

设l的方程为 $y=k(x-1)$ $(k\neq0)$.

$\begin{cases}y=k(x-1)\\ 3x^2+4y^2=12\end{cases}$ 消y得 $(3+4k^2)x^2-8k^2x+4k^2-12=0$

显然 $\Delta>0$ 恒成立.

设 $M(x_1,y_1)$. $N(x_2,y_2)$

∴ $x_1+x_2=\dfrac{8k^2}{3+4k^2}$

$x_1\cdot x_2=\dfrac{4k^2-12}{3+4k^2}$

$\therefore k_{AM}=\frac{y_1}{x_1+2}$ $\therefore$ AM方程为 $y=\frac{y_1}{x_1+2}(x+2)$.

$k_{BN}=\frac{y_2}{x_2-2}$ $\therefore$ BN方程为 $y=\frac{y_2}{x_2-2}(x-2)$.

联立 $\begin{cases} y=\frac{y_1}{x_1+2}(x+2) \\ y=\frac{y_2}{x_2-2}(x-2) \end{cases}$ 解得 $x_P=\dfrac{\frac{2y_1}{x_1+2}+\frac{2y_2}{x_2-2}}{\frac{y_2}{x_2-2}-\frac{y_1}{x_1+2}}$

$$=\frac{2x_2y_1-4y_1+2x_1y_2+4y_2}{x_1y_2+2y_2-x_2y_1+2y_1}$$

$$\therefore x_P-4=\frac{6x_2y_1-2x_1y_2-12y_1-4y_2}{x_1y_2+2y_2-x_2y_1+2y_1}$$

$$=\frac{4kx_1x_2-10k(x_1+x_2)+16k}{x_1y_2+2y_2-x_2y_1+2y_1}$$

$$=\frac{\frac{16k^3-48k}{3+4k^2}-\frac{80k^3}{3+4k^2}+16k}{x_1y_2+2y_2-x_2y_1+2y_1}$$

$=0$.

由(2)知当 $l\perp x$轴时，$x_P=4$

综上可知点P在直线 $x=4$ 上.

注：此题第(四)问中的小问，直线 l 方程由于斜率存在时斜率必不为0，所以直线 l 的方程可直接设为 $x=ty+1$ $(t\in R)$.

可避免讨论.