

2017 年北京市高级中等学校招生考试

# 数 学 试 卷

学校\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 准考证号\_\_\_\_\_

考  
生  
须  
知

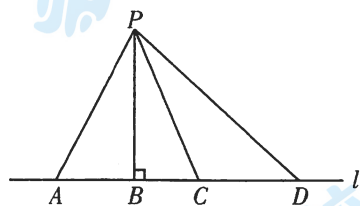
1. 本试卷共 8 页，共三道大题，29 道小题，满分 120 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

## 一、选择题(本题共 30 分，每小题 3 分)

第 1 - 10 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 如图所示，点  $P$  到直线  $l$  的距离是

- (A) 线段  $PA$  的长度      (B) 线段  $PB$  的长度  
(C) 线段  $PC$  的长度      (D) 线段  $PD$  的长度

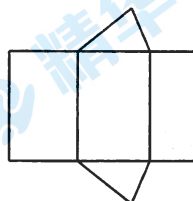


2. 若代数式  $\frac{x}{x-4}$  有意义，则实数  $x$  的取值范围是

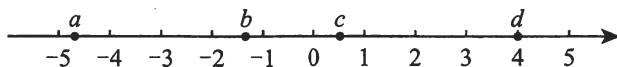
- (A)  $x = 0$       (B)  $x = 4$       (C)  $x \neq 0$       (D)  $x \neq 4$

3. 右图是某个几何体的展开图，该几何体是

- (A) 三棱柱      (B) 圆锥  
(C) 四棱柱      (D) 圆柱

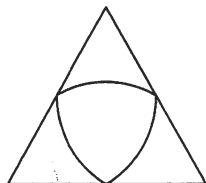


4. 实数  $a, b, c, d$  在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是

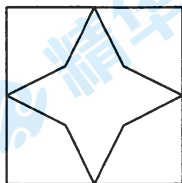


- (A)  $a > -4$       (B)  $bd > 0$       (C)  $|a| > |d|$       (D)  $b + c > 0$

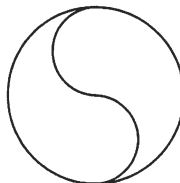
5. 下列图形中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是



(A)



(B)



(C)



(D)

6. 若正多边形的一个内角是  $150^\circ$ ，则该正多边形的边数是

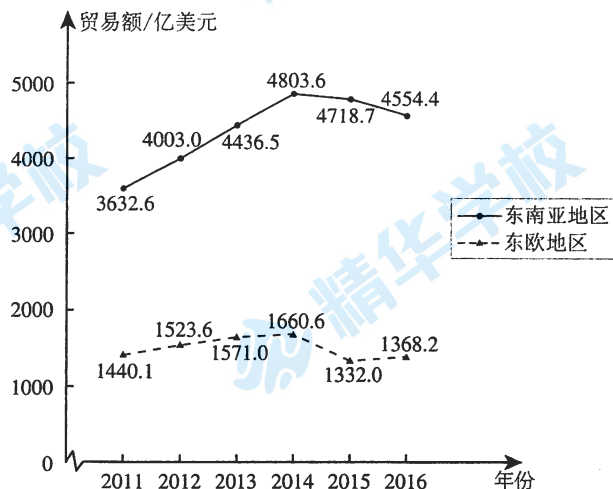
- (A) 6      (B) 12      (C) 16      (D) 18

7. 如果  $a^2 + 2a - 1 = 0$ , 那么代数式  $\left(a - \frac{4}{a}\right) \cdot \frac{a^2}{a-2}$  的值是

- (A) -3                      (B) -1                      (C) 1                      (D) 3

8. 下面的统计图反映了我国与“一带一路”沿线部分地区的贸易情况.

2011-2016年我国与东南亚地区和东欧地区的贸易额统计图

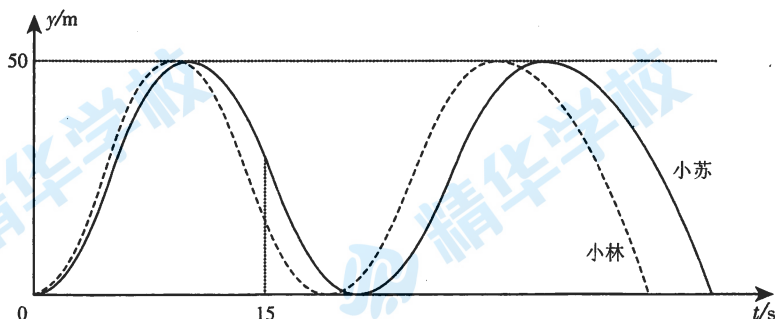
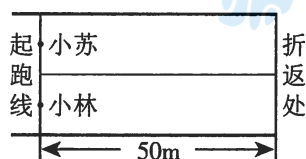


(以上数据摘自《“一带一路”贸易合作大数据报告(2017)》)

根据统计图提供的信息, 下列推断不合理的是

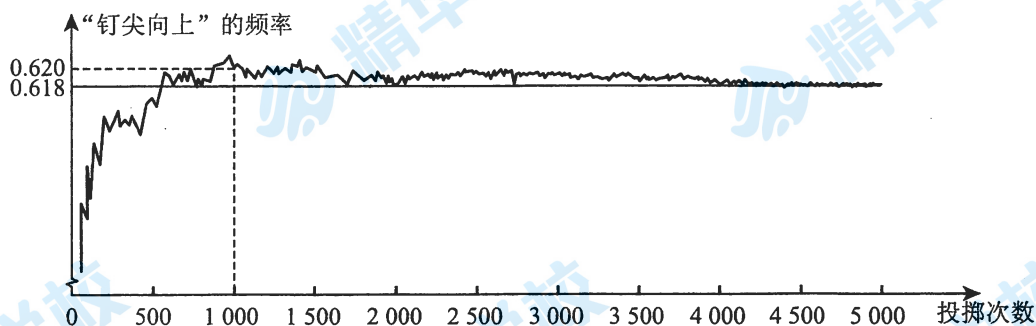
- (A) 与 2015 年相比, 2016 年我国与东欧地区的贸易额有所增长  
 (B) 2011-2016 年, 我国与东南亚地区的贸易额逐年增长  
 (C) 2011-2016 年, 我国与东南亚地区的贸易额的平均值超过 4 200 亿美元  
 (D) 2016 年我国与东南亚地区的贸易额比我国与东欧地区的贸易额的 3 倍还多

9. 小苏和小林在右图所示的跑道上进行  $4 \times 50$  米折返跑. 在整个过程中, 跑步者距起跑线的距离  $y$  (单位: m) 与跑步时间  $t$  (单位: s) 的对应关系如下图所示. 下列叙述正确的是



- (A) 两人从起跑线同时出发, 同时到达终点  
 (B) 小苏跑全程的平均速度大于小林跑全程的平均速度  
 (C) 小苏前 15s 跑过的路程大于小林前 15s 跑过的路程  
 (D) 小林在跑最后 100m 的过程中, 与小苏相遇 2 次

10. 下图显示了用计算机模拟随机投掷一枚图钉的某次实验的结果.



下面有三个推断:

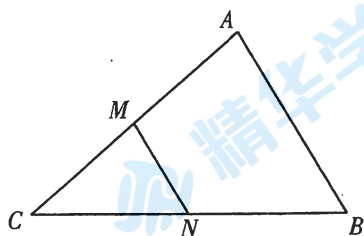
- ① 当投掷次数是 500 时, 计算机记录“钉尖向上”的次数是 308, 所以“钉尖向上”的概率是 0.616;
- ② 随着试验次数的增加, “钉尖向上”的频率总在 0.618 附近摆动, 显示出一定的稳定性, 可以估计“钉尖向上”的概率是 0.618;
- ③ 若再次用计算机模拟此实验, 则当投掷次数为 1 000 时, “钉尖向上”的频率一定是 0.620.

其中合理的是

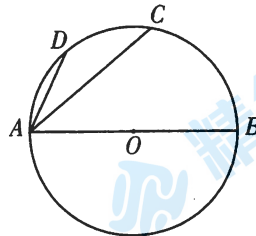
- (A) ① (B) ② (C) ①② (D) ①③

## 二、填空题(本题共 18 分, 每小题 3 分)

11. 写出一个比 3 大且比 4 小的无理数: \_\_\_\_\_.
12. 某活动小组购买了 4 个篮球和 5 个足球, 一共花费了 435 元, 其中篮球的单价比足球的单价多 3 元, 求篮球的单价和足球的单价. 设篮球的单价为  $x$  元, 足球的单价为  $y$  元, 依题意, 可列方程组为 \_\_\_\_\_.
13. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $M, N$  分别为  $AC, BC$  的中点. 若  $S_{\triangle CMN} = 1$ , 则  $S_{\text{四边形}ABNM} =$  \_\_\_\_\_.



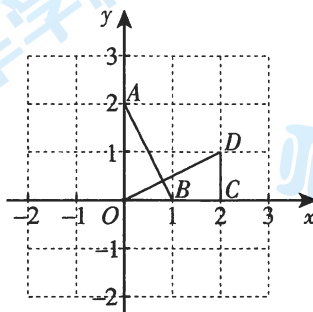
第 13 题图



第 14 题图

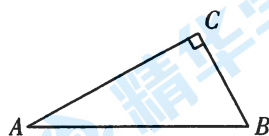
14. 如图,  $AB$  为  $\odot O$  的直径,  $C, D$  为  $\odot O$  上的点,  $\widehat{AD} = \widehat{CD}$ . 若  $\angle CAB = 40^\circ$ , 则  $\angle CAD =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .

15. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中， $\triangle AOB$  可以看作是  $\triangle OCD$  经过若干次图形的变化（平移、轴对称、旋转）得到的，写出一种由  $\triangle OCD$  得到  $\triangle AOB$  的过程：\_\_\_\_\_。



16. 下面是“作已知直角三角形的外接圆”的尺规作图过程。

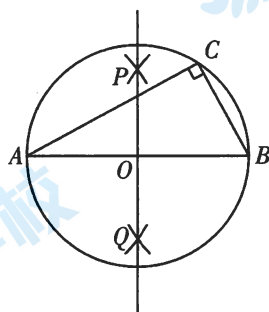
已知： $\text{Rt}\triangle ABC$ ， $\angle C = 90^\circ$ 。



求作： $\text{Rt}\triangle ABC$  的外接圆。

作法：如图，

- (1) 分别以点  $A$  和点  $B$  为圆心，大于  $\frac{1}{2}AB$  的长为半径作弧，两弧相交于  $P, Q$  两点；
- (2) 作直线  $PQ$ ，交  $AB$  于点  $O$ ；
- (3) 以  $O$  为圆心， $OA$  为半径作  $\odot O$ 。  
 $\odot O$  即为所求作的圆。



请回答：该尺规作图的依据是\_\_\_\_\_。

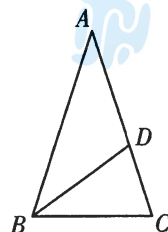
- 三、解答题(本题共 72 分,第 17 - 19 题,每小题 5 分,第 20 题 3 分,第 21 - 24 题,每小题 5 分,第 25、26 题,每小题 6 分,第 27、28 题,每小题 7 分,第 29 题 8 分)  
解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 计算： $4\cos 30^\circ + (1 - \sqrt{2})^0 - \sqrt{12} + |-2|$ 。

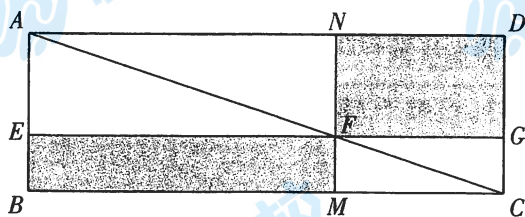
18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 2(x+1) > 5x-7, \\ \frac{x+10}{3} > 2x. \end{cases}$$

19. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB = AC$ ， $\angle A = 36^\circ$ ， $BD$  平分  $\angle ABC$  交  $AC$  于点  $D$ 。

求证： $AD = BC$ 。



20. 数学家吴文俊院士非常重视古代数学家贾宪提出的“从长方形对角线上任一点作两条分别平行于两邻边的直线，则所容两长方形面积相等(如图所示)”这一推论，他从这一推论出发，利用“出入相补”原理复原了《海岛算经》九题古证.



(以上材料来源于《古证复原的原则》、《吴文俊与中国数学》和《古代世界数学泰斗刘徽》)  
请根据上图完成这个推论的证明过程.

证明:  $S_{\text{矩形}NFGD} = S_{\triangle ADC} - (S_{\triangle ANF} + S_{\triangle FGC})$ ,  $S_{\text{矩形}EBMF} = S_{\triangle ABC} - (\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}})$ .

易知,  $S_{\triangle ADC} = S_{\triangle ABC}$ ,  $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

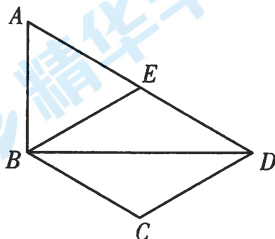
可得  $S_{\text{矩形}NFGD} = S_{\text{矩形}EBMF}$ .

21. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - (k+3)x + 2k+2 = 0$ .

- (1) 求证: 方程总有两个实数根;
- (2) 若方程有一个根小于 1, 求  $k$  的取值范围.

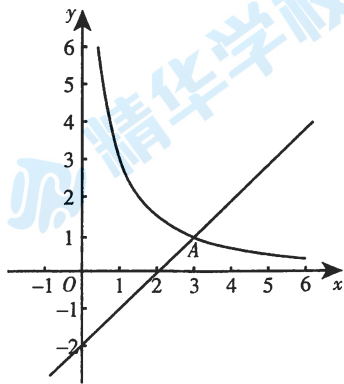
22. 如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $BD$  为一条对角线,  $AD \parallel BC$ ,  $AD = 2BC$ ,  $\angle ABD = 90^\circ$ ,  $E$  为  $AD$  的中点, 连接  $BE$ .

- (1) 求证: 四边形  $BCDE$  为菱形;
- (2) 连接  $AC$ , 若  $AC$  平分  $\angle BAD$ ,  $BC = 1$ , 求  $AC$  的长.



23. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图象与直线  $y = x - 2$  交于点  $A(3, m)$ .

- (1) 求  $k, m$  的值;
- (2) 已知点  $P(n, n) (n > 0)$ , 过点  $P$  作平行于  $x$  轴的直线, 交直线  $y = x - 2$  于点  $M$ , 过点  $P$  作平行于  $y$  轴的直线, 交函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图象于点  $N$ .  
① 当  $n = 1$  时, 判断线段  $PM$  与  $PN$  的数量关系, 并说明理由;  
② 若  $PN \geq PM$ , 结合函数的图象, 直接写出  $n$  的取值范围.

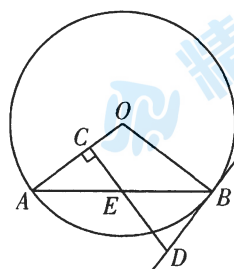




24. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的一条弦,  $E$  是  $AB$  的中点, 过点  $E$  作  $EC \perp OA$  于点  $C$ , 过点  $B$  作  $\odot O$  的切线交  $CE$  的延长线于点  $D$ .

(1) 求证:  $DB = DE$ ;

(2) 若  $AB = 12$ ,  $BD = 5$ , 求  $\odot O$  的半径.



25. 某工厂甲、乙两个部门各有员工 400 人, 为了解这两个部门员工的生产技能情况, 进行了抽样调查, 过程如下, 请补充完整.

**收集数据** 从甲、乙两个部门各随机抽取 20 名员工, 进行了生产技能测试, 测试成绩(百分制) 如下:

甲    78   86   74   81   75   76   87   70   75   90  
       75   79   81   70   74   80   86   69   83   77  
 乙    93   73   88   81   72   81   94   83   77   83  
       80   81   70   81   73   78   82   80   70   40

**整理、描述数据** 按如下分数段整理、描述这两组样本数据:

人数 部门 \ 成绩 $x$	$40 \leq x \leq 49$	$50 \leq x \leq 59$	$60 \leq x \leq 69$	$70 \leq x \leq 79$	$80 \leq x \leq 89$	$90 \leq x \leq 100$
甲	0	0	1	11	7	1
乙						

(说明: 成绩 80 分及以上为生产技能优秀, 70~79 分为生产技能良好, 60~69 分为生产技能合格, 60 分以下为生产技能不合格)

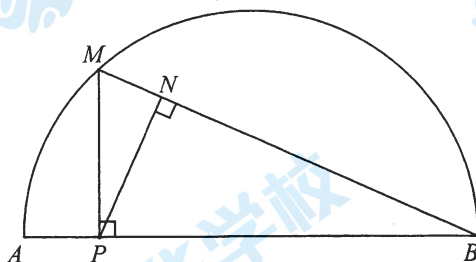
**分析数据** 两组样本数据的平均数、中位数、众数如下表所示:

部门	平均数	中位数	众数
甲	78.3	77.5	75
乙	78	80.5	81

**得出结论** a. 估计乙部门生产技能优秀的员工人数为\_\_\_\_\_;

b. 可以推断出\_\_\_\_\_部门员工的生产技能水平较高, 理由为\_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_.(至少从两个不同的角度说明推断的合理性)

26. 如图,  $P$  是  $\widehat{AB}$  所对弦  $AB$  上一动点, 过点  $P$  作  $PM \perp AB$  交  $\widehat{AB}$  于点  $M$ , 连接  $MB$ , 过点  $P$  作  $PN \perp MB$  于点  $N$ . 已知  $AB = 6$  cm, 设  $A, P$  两点间的距离为  $x$  cm,  $P, N$  两点间的距离为  $y$  cm. (当点  $P$  与点  $A$  或点  $B$  重合时,  $y$  的值为 0)



小东根据学习函数的经验, 对函数  $y$  随自变量  $x$  的变化而变化的规律进行了探究.

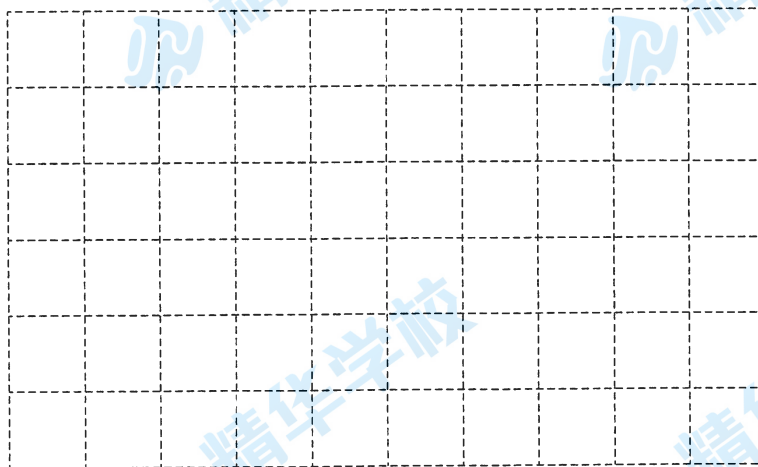
下面是小东的探究过程, 请补充完整:

- (1) 通过取点、画图、测量, 得到了  $x$  与  $y$  的几组值, 如下表:

$x/\text{cm}$	0	1	2	3	4	5	6
$y/\text{cm}$	0	2.0	2.3	2.1		0.9	0

(说明: 补全表格时相关数值保留一位小数)

- (2) 建立平面直角坐标系, 描出以补全后的表中各对对应值为坐标的点, 画出该函数的图象;



- (3) 结合画出的函数图象, 解决问题: 当  $\triangle PAN$  为等腰三角形时,  $AP$  的长度约为 \_\_\_\_\_ cm.

27. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = x^2 - 4x + 3$  与  $x$  轴交于点  $A, B$  (点  $A$  在点  $B$  的左侧), 与  $y$  轴交于点  $C$ .

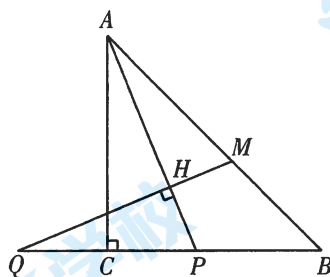
(1) 求直线  $BC$  的表达式;

(2) 垂直于  $y$  轴的直线  $l$  与抛物线交于点  $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ , 与直线  $BC$  交于点  $N(x_3, y_3)$ . 若  $x_1 < x_2 < x_3$ , 结合函数的图象, 求  $x_1 + x_2 + x_3$  的取值范围.

28. 在等腰直角  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $P$  是线段  $BC$  上一动点 (与点  $B, C$  不重合), 连接  $AP$ , 延长  $BC$  至点  $Q$ , 使得  $CQ = CP$ , 过点  $Q$  作  $QH \perp AP$  于点  $H$ , 交  $AB$  于点  $M$ .

(1) 若  $\angle PAC = \alpha$ , 求  $\angle AMQ$  的大小 (用含  $\alpha$  的式子表示);

(2) 用等式表示线段  $MB$  与  $PQ$  之间的数量关系, 并证明.



29. 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的点  $P$  和图形  $M$ , 给出如下定义: 若在图形  $M$  上存在一点  $Q$ , 使得  $P, Q$  两点间的距离小于或等于 1, 则称  $P$  为图形  $M$  的关联点.

(1) 当  $\odot O$  的半径为 2 时,

① 在点  $P_1(\frac{1}{2}, 0), P_2(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}), P_3(\frac{5}{2}, 0)$  中,  $\odot O$  的关联点是\_\_\_\_\_;

② 点  $P$  在直线  $y = -x$  上, 若  $P$  为  $\odot O$  的关联点, 求点  $P$  的横坐标的取值范围;

(2)  $\odot C$  的圆心在  $x$  轴上, 半径为 2, 直线  $y = -x + 1$  与  $x$  轴、 $y$  轴分别交于点  $A, B$ .

若线段  $AB$  上的所有点都是  $\odot C$  的关联点, 直接写出圆心  $C$  的横坐标的取值范围.



扫描下方二维码  
获得中考答案、试卷分析

